

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ В ЭКОНОМИКЕ

**К.Ф. Ковальчук, В.В. Лесин,
А.К. Никитенко, А.М. Ревякин**

Модель прогнозирования финансовых показателей на основе аппарата нечеткой логики

Рассматривается практическое применение современной технологии Knowledge Mining для управления финансовыми инструментами на рынке при проведении инвестиционной деятельности. Описаны этапы добычи знаний из массива данных о движении рынка за предыдущие периоды времени. Особое внимание уделено процессам приобретения признаков связности, метричности, семантической и активности знаний. Описана модель прогнозирования финансовых показателей и управления финансовыми инструментами.

Ключевые слова: знание; добыча знаний; финансовый рынок; инвестиции.

В странах со стабильной экономикой финансовый рынок всегда существенно влияет на рост ВВП, на развитие национальной экономики, а также на материальное положение различных слоев населения. Поэтому первоочередной задачей является обеспечение непрерывности процесса формирования и использования финансовых ресурсов, а также привлечение инвестиций на внутренний рынок. Ускоренное развитие внутренних финансовых систем и их интеграция в глобальную экономику требует качественного уровня обработки экономических данных на финансовом рынке, построения эффективных моделей прогнозирования финансовых показателей, а также моделей управления финансовыми инструментами, в частности, основанных на интеллектуальных технологиях.

Вопросы разработки моделей прогнозирования финансовых показателей на основе аппарата нечеткой логики и нейронных сетей освещены в работе Ван Пэй Чжуана «Теория нечетких множеств и приложений» [9]. Такие модели показали значительную эффективность их использования на финансовом рынке. Однако они имеют ряд недостатков.

В работе предлагается модель прогнозирования финансовых показателей с учетом правил развития волн Эллиотта, неполноты и противоречивости

знаний о динамике рынка, выделенных из временного ряда. Разработанная модель прогнозирования финансовых показателей с последующим использованием для управления инструментами на финансовом рынке состоит из нескольких этапов.

Этап 1. Предварительная обработка и нормализация финансового временного ряда. Для разработки модели добычи знаний при прогнозировании финансовых рынков с выделением типовых тенденций необходимо провести предварительную обработку ценового ряда для удаления аномальных значений (в рассматриваемом случае — нулевых и промежуточных значений) и нормализацию данных, которая заключается в преобразовании всех колебаний рыночной цены в относительные значения к цене P_i (например, цене закрытия) в момент времени i на определенном таймфрейме. Это означает, что при обработке ценового ряда вектор значений цен $\vec{P} = (P_1, \dots, P_C)$ преобразуется в вектор относительных изменений $\vec{V} = (V_1, \dots, V_{C-1})$ по формуле:

$$V_i = \frac{P_{i+1} - P_i}{P_i}, \text{ при } i = \overline{1, C-1}, \quad (1)$$

где $i = \overline{1, C-1}$ — индекс момента времени; C — общее количество значений изменений цены финансового инструмента; P_i — цена финансового инструмента в момент времени i .

Этап 2. Формирование множества типовых тенденций рынка. Как и в модели прогнозирования финансовых показателей, с учетом правил развития волн Эллиотта для настройки параметров на обучающей выборке введем понятие образа изменений значения цены финансового инструмента, который анализируется, в виде:

$$\vec{x}_i = (x_{i1}, \dots, x_{ic}, x_{i, c+1}), \quad (2)$$

где c — количество последовательно анализируемых значений цены финансового инструмента ($C > c$); $x_{il} = V_{i+1}$ — l -й элемент i -го образа изменений; $y_i = x_{i, c+1} = V_{i+c+1}$ — прогнозируемый ответ об относительном движении рынка; $i = \overline{1, C - (c - 1)}$ — индекс образа изменений; $l = \overline{i, i+1, \dots, i+1+c}$ — индекс элементов образа изменений.

Материал обучения модели формируется из последовательности образов изменений $\{\vec{x}_i\}_{(C-c-1)}$. Целью обучения модели является формирование репрезентативной базы типовых тенденций, которая состоит из тех образов изменений $\vec{x}_i, i = \overline{1, C - (c - 1)}$, для которых функция $\mu_i(y_i | \vec{x}_i)$ принадлежности образа изменений \vec{x}_i к типовой тенденции u равняется единице, т. е. $\mu_i(y_i | \vec{x}_i) = 1$.

Для определения аналитического вида функций принадлежности к типовой тенденции $\mu(y|x)$ сделаем перевод образов изменений $\vec{x}_i, i = \overline{1, C - (c - 1)}$ из $(c + 1)$ -го пространства образов изменений в D -пространство ортогональных функций $\{\phi_d(z)\}_D$ Эрмита (3).

$$\mu_i(y_i | \bar{x}_i) \cong \sum_{d=1}^D w_{id} \times \phi_d(\bar{x}_i), \quad (3)$$

где $\mu_i(y_i | \bar{x}_i)$ — функция принадлежности образа изменений \bar{x}_i к типовой тенденции; y_i — прогнозируемый ответ об относительном движении рынка; $\bar{\phi}(\bar{x}_i) = \{\phi_d(\bar{x}_i)\}_D = \{1; 2x_{i1}, 2x_{i2}, \dots, 2x_{i, c+1}; 4x_{i1}x_{i2}, \forall l_1, l_2 = \overline{1, c+1}; 4x_{il}^2 - 2, \forall l = \overline{1, c+1}; \dots\}$ — система ортогональных функций; $d = \overline{1, 2, \dots, D}$ — индекс ортогональной функции; w_{id} — весовой коэффициент d -ой ортогональной функции для i -го образа изменений.

Эта формальная трансформация позволяет решить две принципиальные проблемы формирования класса типовых тенденций: аппроксимацию нелинейной функции принадлежности в линейном пространстве нелинейных ортогональных функций и учет независимости элементов вектора образа изменений, так как ортогональность является специальным случаем линейной независимости.

Использование ортогональных функций для классификации образов движений рынка удовлетворяет условиям теоремы Вейерштрасса о приближении [8]. Выбор полиномов Эрмита обусловлен интервалом ортогональности функции. Относительные изменения цены финансового инструмента теоретически могут принимать значения из интервала $(-\infty; \infty)$. И хотя чаще всего на практике изменения цены не превышают 1–2 %, такое развитие событий всё же возможно при очень нестабильных условиях (например, во время дефолта).

Для определения весовых коэффициентов w_{id} ортогональных функций (3) предложен нечеткий минимаксный критерий абсолютного отклонения

$$J(\bar{w}_i, \bar{\phi}(\bar{x}_i)) = \max \left\{ \left| \mu_i(y_i | \bar{x}_i) - \bar{w}' \times \bar{\phi}(\bar{x}_i) \right| \right\} \Rightarrow \min. \quad (4)$$

Частные производные критериев аппроксимации имеют вид:

$$\frac{\partial J(\bar{w}_i, \bar{x}_i)}{\partial \bar{w}_i} = -\bar{\phi}(x_i) \times \text{sgn} \left[\mu_i(y_i | \bar{x}_i) - \bar{w}_i' \times \bar{\phi}(x_i) \right], \quad (5)$$

где $\text{sgn}(\bullet) = \begin{cases} +1, & \text{if } (\bullet) \geq 0 \\ -1, & \text{if } (\bullet) < 0 \end{cases}$ — функция знака аргумента.

Тогда имеем итерационную процедуру нечеткого аналога алгоритма Роббинса – Монро [8], которая позволяет определить весовые коэффициенты w_{id} функций принадлежности (3):

$$\bar{w}_i(k+1) = \begin{cases} \bar{w}_i(k) + \alpha_k \times \bar{\phi}(\bar{x}_i), & \text{if } \bar{w}_i' \times \bar{\phi}(\bar{x}_i) < 1, \\ \bar{w}_i(k) - \alpha_k \times \bar{\phi}(\bar{x}_i), & \text{if } \bar{w}_i' \times \bar{\phi}(\bar{x}_i) \geq 1, \end{cases} \quad (6)$$

где $k = 1, 2, \dots$ — шаг итерации; $k = 1$; $\bar{w}(1) = 0$ — стартовые условия работы алгоритма обучения; $\alpha_k = \frac{1}{k}$ — последовательность положительных чисел, удовлетворяющих условиям сходимости алгоритма Роббинса – Монро.

Условием выхода (7) из итерационной процедуры является достижение оптимального значения критерия аппроксимации (4) функций принадлежности (3):

$$\left| \mu_i(y_i | \bar{x}_i) - \bar{w}_i' \times \bar{\Phi}(F_1, F_2) \right| \leq s \Rightarrow 1 - s < \mu_i(y_i | \bar{x}_i) < 1 + s, \quad (7)$$

где s — допустимая погрешность аппроксимации.

Формирование базы типовых тенденций производится следующим образом.

На вход модели последовательно поступают образы изменений $\{\bar{x}_i\}_{(C-c-1)}$. Первый образ автоматически поступает в базу. Для остальных:

– определяются значения функций принадлежности ко всем типовым тенденциям, которые уже были отобраны по формуле (3);

– текущий образ изменений относится к типовой тенденции с максимальным значением функции принадлежности в пределах допустимой погрешности s (7);

– проверяется соответствие прогнозируемого ответа об относительном движении рынка y_i текущего образа изменений к ответу типовой тенденции Y_i по формуле:

$$Y_i - e < y_i < Y_i + e, \quad (8)$$

где e — допустимая ошибка ответа; y_i — прогнозируемый ответ текущего образа изменений; Y_j — ответ j -ой типовой тенденции, для которой текущий образ изменений имеет максимальную принадлежность.

Если текущий образ изменений не удовлетворяет условиям (7) и (8), т. е. его нельзя отнести ни к одному образу из уже описанных в базе типовых тенденций, то модель проводит к нему процедуру обучения (3)–(7) с настройкой вектора весов \bar{w} и пополнением этим образом изменений базы типовых тенденций (9):

$$TB = \langle \bar{x}_j, \bar{w}_j, Y_j = y_i \rangle, \quad j = \bar{1}, J, \quad (9)$$

где TB — база типовых тенденций модели; \bar{x}_j — j -й эталон (шаблон) базы типовых тенденций; \bar{w}_j — j -й вектор весов аппроксимации функции принадлежности; $Y_j = y_i$ — прогнозируемый ответ j -го эталона базы типовых тенденций.

Описанная процедура повторяется для каждого образа материала обучения.

Этап 3. Осуществление прогноза на основе отнесения поданного на вход модели образа к одной из типовых тенденций. После настройки векторов весов w' на обучающей выборке на вход модели подаются образы. Происходит отнесение к одному из шаблонов, описанных в базе типовых тенденций, с помощью функции принадлежности $\mu_{pos}(Y | \bar{x}_t)$:

$$\mu_{pos}(Y | \bar{x}_t) = \max_{j=\bar{1}, J} \{ \mu_j(Y_j | \bar{x}_t) \} \Rightarrow Y. \quad (10)$$

В соответствии с классификацией образа выдается ответ (Y), который указывает на дальнейшее движение рынка. Исходя из этого ответа осуществляется

открытие длинной или короткой позиции или ее закрытие. В соответствии с гипотезой фрактального рынка [5–6] модель следует использовать для прогнозирования на краткосрочные периоды с предварительным проведением R/S-анализа временного ряда.

Применение технологии Knowledge Mining для модели. Перейдем к рассмотрению модели с точки зрения применения к ней технологии Knowledge Mining [1; 3; 7], т. е. процесса доопределения данных до знаний, путем распределенного включения таких формальных признаков, как интерпретируемость, структурированность, связность, метричность, семантичность и активность [4]. На начальном этапе модели происходит предварительная обработка финансового временного ряда. Предварительно обработанный массив данных имеет два признака: интерпретируемость и структурированность. Другие признаки являются полностью специфическими для финансовых знаний и могут быть реализованы в рамках технологии Knowledge Mining. Представим преобразование интерпретированных и структурированных данных в знания.

Обеспечение метричности. В процессе применения модели добычи знаний для прогнозирования финансовых рынков с выделением типовых тенденций с временного ряда решаются как прямая, так и обратная задачи адекватности обработки экономической информации [2]. Решение прямой задачи позволяет получить ответ, в каких шкалах будут зарегистрированы исходные данные в соответствии с методами Data Mining, которые применяются с использованием Процедуры (3)–(9). Это соответствует этапу нормализации (трансформации) данных в процессе Knowledge Mining. Так, абсолютные данные о движении цены финансового инструмента переводятся в относительные значения с помощью соотношения (1).

Решение обратной задачи адекватности обработки экономической информации заключается в выведении адекватных операций и характеристик, используемых в модели для обработки информации о движении цен финансовых инструментов на различных рынках, а именно для построения функции принадлежности, с помощью которой поданный образ будет классифицироваться к определенной типовой тенденции (см. также (10)). Решению этой задачи отвечает этап оценивания, где усиливается существующий признак метричности. Кроме того, следует отметить, что выбор ортогональной функции (генерации полиномов Эрмита) обусловлен именно типом шкал, в которых измеряется информация: ведь относительные значения изменения цены финансового инструмента могут принимать значения из интервала $(-\infty; \infty)$.

Обеспечение семантической. Для обеспечения семантической знаний, полученных моделью в процессе машинного обучения по процедуре Data Mining, происходит формирование репрезентативной базы типовых тенденций, состоящей из образов изменений $\vec{x}_i, i = \overline{1, C - (c - 1)}$, для которых функция принадлежности к типовой тенденции u равна единице. Такие типовые тенденции являются найденными функциональными зависимостями или моделями

движения рынка по аналогии с моделью прогнозирования финансовых показателей с учетом правил развития волн Эллиотта, где в базе нечетких правил были описаны волновые модели в соответствии с правилами их развития, а также проведена оптимизация параметров модели для ее настройки на обучающей выборке. Так, можно говорить о получении содержания знаний в модели для данной выборки, т. е. появления в них формального признака семантической с помощью такого обучения системы.

Обеспечение активности. Для обеспечения активности знаний следует описать познавательные механизмы обнаружения и снятия неопределенности (неполноты и противоречивости знаний).

Оценивание полноты. Полноту знаний из базы TB можно оценить как процент правильных ответов для каждой типовой тенденции на учебной или даже на тестовой выборке при проведении моделирования процесса торгов. С этой целью после формирования базы можно провести проверку ответов типовых тенденций, выделенных из финансового временного ряда (с помощью методов Data Mining), на соответствие реальным движениям рынка. Эта процедура соответствует этапу оценки, где знания приобретают характеристики полноты в составе формального признака активности знаний.

Оценивания непротиворечивости. База типовых тенденций $TB = \langle \bar{x}_j, \bar{w}_j, Y_j = y_i \rangle, j = \overline{1, J}$ может содержать противоречивую информацию: типовым тенденциям с одинаковыми или почти одинаковыми \bar{x}_j и \bar{w}_j могут соответствовать разные по величине и направлению прогнозные значения движения рынка Y_j . Таким образом, можно выделить два уровня противоречия: высокий — по направлению прогнозного движения; низкий — по величине прогнозного движения.

Одним из путей снятия противоречивости знаний может быть удаление из базы TB тех типовых тенденций, которые вступают в конфликт друг с другом, т. е. имеют противоречивый характер высокого уровня, или исключение типовой тенденции с большим прогнозным значением движения цены Y_j для низкого уровня противоречия.

Другим путем снятия противоречия является использование характеристики полноты знаний для исключения из базы TB тех типовых тенденций, которые имеют меньший уровень полноты. Процедуре снятия противоречия знаний соответствует этап оценивания.

Обеспечение связности. Как и в случае с моделью прогнозирования финансовых показателей с учетом правил развития волн Эллиотта, для реализации связности в прогнозирующей системе необходима привязка знаний о движении финансовых рынков к определенному финансовому инструменту и таймфрейму. Соответственно обучение модели и выделение типовых тенденций проводится именно из этих соображений. При обеспечении связности знание становится более полным. Таким образом, для использования модели предлагается включить процедуру обеспечения связности в состав процедуры обеспечения характеристики полноты финансовых знаний.

Таким образом, разработана новая модель прогнозирования финансовых показателей. Для определения весовых коэффициентов ортогональных функций предложен нечеткий минимаксный критерий абсолютного отклонения. Модель реализована в рамках технологии Knowledge Mining: приведены решения прямой и обратной задачи адекватности обработки экономической информации в рамках приобретения формального признака метричности в процессе применения модели; продемонстрировано, что благодаря оптимизации модели на обучающей выборке знания приобретают смысловую составляющую, т. е. признак семантической; предложены пути оценивания характеристик непротиворечивости и полноты для обеспечения знаний формальным признаком активности; включена характеристика связности знания в характеристику полноты.

Литература

1. Абанина И.Н., Бардушкин В.В., Вуколов Э.А. и др. Теоретико-вероятностные и статистические методы и модели анализа внешнеэкономической деятельности предприятий / Под общ. ред. И.Н. Абаниной, А.М. Ревякина. М.: МГАДА, 2014. 214 с.
2. Ковальчук К.Ф. Интеллектуальная поддержка принятия экономических решений. Донецк: ИЭП НАНУ, 1996. 224 с.
3. Ковальчук К.Ф. Специфіка прогнозування фінансових ринків на основі технології Knowledge Mining // Економічний вісник Національного гірничого університету. Донецк, 2013. С. 139–146.
4. Кондрашина Е.Ю. Представление знаний о времени и пространстве в интеллектуальных системах / Под ред. Д.А. Пospelова. М.: Наука, 1989. 328 с.
5. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков. Применение теории хаоса в инвестициях и экономике. М.: Интернет-трейдинг, 2004. 304 с.
6. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. М.: Мир, 2000. 333 с.
7. Теория и практика статистических исследований / Под ред. А.М. Ревякина, В.В. Костылева. М.: МГАДА, 2007. 354 с.
8. Ту Дж. Принципы распознавания образов. М.: Мир, 1978. 411 с.
9. Wang Pei Zhuang. Fuzzy sets theory and applications. Guang Zhou University, 1985. 188 p.

Literatura

1. Abanina I.N., Bardushkin V.V., Vukolov E'.A. i dr. Teoretiko-veroyatnostny'e i statisticheskie metody' i modeli analiza vneshnee'konomicheskoy deyatel'nosti predpriyatij / Pod obshh. red. I.N. Abaninoj, A.M. Revyakina. M.: MGADA, 2014. 214 s.
2. Koval'chuk K.F. Intel'ktual'naya podderzhka prinyatiya e'konomicheskix reshenij. Doneczk: IE'P NANU, 1996. 224 s.
3. Koval'chuk K.F. Specifika prognozuvannya finansovix rinkiv na osnovi texnologii Knowledge Mining // E'konomichnij visnik Nacional'nogo girnichogo universitetu. Doneczk, 2013. S. 139–146.
4. Kondrashina E. Yu. Predstavlenie znaniy o vremeni i prostranstve v intellektual'ny'x sistemax / Pod red. D.A. Pospelova. M.: Nauka, 1989. 328 s.

5. *Peters E'*. Fraktal'ny'j analiz finansovy'x ry'nkov. Primenenie teorii хаosa v investiciyah i e'konomie. M.: Internet-trejding, 2004. 304 s.
6. *Peters E'*. Хаос i poryadok na ry'nkax kapitala. Novy'j analiticheskij vzglyad na cikly', ceny' i izmenchivost' ry'nka. M.: Mir, 2000. 333 s.
7. Teoriya i praktika statisticheskix issledovanij / Pod red. A.M. Revyakina, V.V. Kosty'leva. M.: MGADA, 2007. 354 s.
8. *Tu Dzh.* Principy' raspoznavaniya obrazov. M.: Mir, 1978. 411 s.
9. *Wang Pei Zhuang.* Fuzzy sets theory and applications. Guang Zhou University, 1985. 188 p.

***K.F. Kovalchuk, V.V. Lesin,
A.K. Nikitenko, A.M. Revjakin***

Model of Forecasting Financial Indicators Based on Apparatus of Fuzzy Logic

The authors consider the practical application of modern technology Knowledge Mining for managing financial instruments in the market during the investment activity. The authors describe the stages of extraction of knowledge from an array of data about the movement of the market for the periods of previous time. Particular attention is paid to the processes of the obtaining of features of connectivity, metricity, semanticity and activity of knowledge. The model of forecasting financial indicators and management of financial tools is described.

Keywords: knowledge; extraction of knowledge; financial market; investments.